

## ENTWICKLUNGEN DER WELLENGLEICHUNGSRECHNUNG

Dipl.-Ing. Dr. Frank Rausche

Goble Rausche Likins and Associates, Inc.

### 1. EINLEITUNG

Die Wellengleichungsrechnung, von E. A. L. Smith 1951 zum ersten Mal veröffentlicht, ersetzt die sehr vereinfachten Ansätze der Rammformeln mit wesentlich verbesserten Rechenmodellen. Der grundlegende Vorgang wurde in vielen Veröffentlichungen erklärt (z. B. RAUSCHE 1974). Ebenso häufig wurde während der letzten 30 Jahre die Genauigkeit der Pfahltragfähigkeits- und Spannungsvoraussagen dieses Verfahrens überprüft (SAMSON, HIRSCH, LOWERY 1963, BLENDY 1979). Eine grössere Anzahl von Programmen wurde geschrieben und praktisch verwendet (z. B. die Programme von Bowles and Raymond Pile Driving). Besonders bekannt sind und oft verwendet werden das TTI Programm, das ursprünglich vom Texas Transportation Institute entwickelt wurde (HIRSCH, CARR, LOWERY, 1976) und WEAP, das von Goble Rausche Likins and Associates, Inc (GOBLE, RAUSCHE, 1976) geschrieben wurde. WEAP wurde seit 1976 weiterentwickelt und seit 1988 als GRLWEAP an Ingenieure, Unternehmer und Bauherren in alle Welt verschickt. Dieses Programm und seine Besonderheiten werden nach einer Einführung in die Wellengleichungsrechnung im Folgenden kurz beschrieben.

### 2. GRUNDLAGEN

Grundsätzlich werden drei verschiedene Bestandteile des Rammsystems durch Massenpunkte, Federn und Dämpfer dargestellt: der Bär einschliesslich Futter und Rammhaube, der Pfahl und der Boden. Je nach Arbeitsweise kann der Bär eine sehr einfache oder komplizierte Form im Wellengleichungsmodell annehmen. Der Pfahl lässt sich leicht durch Massenpunkten und Federn ersetzen. Eine elasto-plastische Feder und ein Dämpfer das simuliert das Bodenverhalten (Bild 1).

Der Rechenvorgang unterscheidet sich je nach Zweck:

- Zur Bestimmung der **Pfahltragfähigkeit**, d. h. zur Auswertung des Rammprotokolls, **schätzt** man zunächst die zu **erwartende statische Grenztragkraft** und ihre Verteilung an Mantel und Spitze auf Grund von **Bodenproben** ab. Eine Wellengleichungsberechnung führt dann zu **maximalen Spannungen** und zu einer **Eindringung pro Schlag** für diese geschätzte Grenzlast.

Die Berechnung wird dann auch mit grösseren und kleineren Lastwerten wiederholt, was zu einer Beziehung zwischen Eindringung (in Millimetern) oder Schlagzahl (in Schlägen pro Meter) und der Grenztraglast oder den Maximalspannungen führt. Bild 2 zeigt das Beispiel eines solchen Traglastdiagramms.

- Zur Bestimmung der **Rambbarkeit** und der entsprechenden **Geräteauswahl** berechnet man die während des Rammens auftretenden Grenztragfähigkeiten an Mantel und Spitze so genau wie möglich. Berechnet man Mantelreibung und Spitzenwiderstand als Funktion der Pfahleinbindung im Boden, dann ermöglicht das GRLWEAP Programm die Berechnung von Schlagzahl und Pfahlspannungen über die Eindringungstiefe. Die Rammzeit kann dann natürlich auch sehr leicht abgeschätzt werden.

### 3. WELLENGLEICHUNGSRECHNUNG MIT GRLWEAP

Das Programm wurde ursprünglich für einen Grossrechner geschrieben. Das bedeutet, dass die Eingabedaten meist auf Karten gelocht in den Rechner gegeben wurden, und dass das Programm dann die Resultate ausdruckte. Im Grund wurde GRLWEAP in dieser Arbeitsweise belassen. Da es aber für den Personal Computer (PC) umgeschrieben wurde, haben sich einige Vereinfachungen ergeben. Z. B. gibt es jetzt das Eingabeprogramm GRLINP, das in seinen Hilfsdateien alle notwendigen Kennwerte auf Abruf bereit hat. GRLINP schreibt die Eingabewerte in eine Datei, die von GRLWEAP gelesen wird. In einfachen Fällen benötigt dadurch die Vorbereitung der Eingabedaten nicht mehr als 5 Minuten. Nach der Datenvorbereitung werden bis zu zehn verschiedene Aufgaben auf einmal gelöst, wobei zahlenmässige und graphische Ergebnisse am Bildschirm oder Drucker ausgegeben werden. Das Ausgabeprogramm, GRLGRF, zeichnet bzw. druckt zusätzlich das Traglastdiagramm, Kräfte, Geschwindigkeiten und andere Grössen als Funktion der Zeit. wurden. Vergleiche von GRLWEAP gerechneten mit gemessenen Kurven sind dadurch recht einfach geworden.

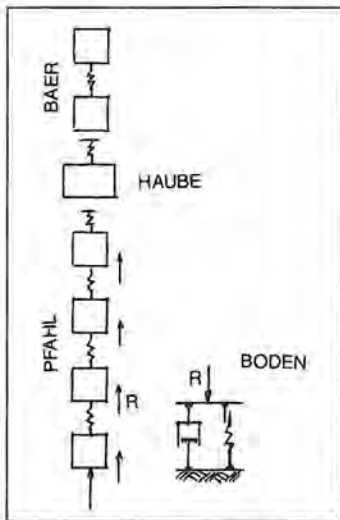


Bild 1: Wellengleichungsmodell nach Smith

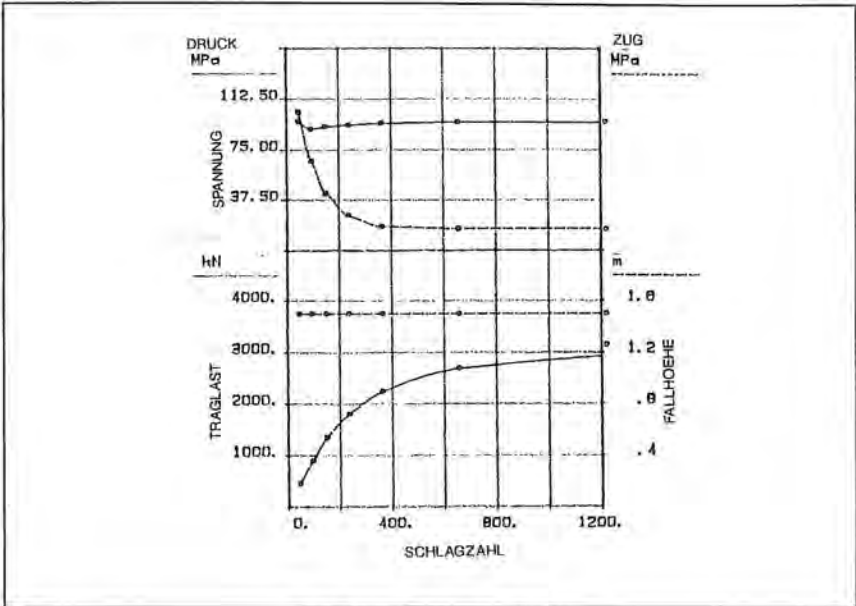


Bild 2: Traglastdiagramm von GRLWEAP

#### 4. GRLWEAP HAMMER MODELL

##### 4.1 Hammerdatei

Ein wesentlicher Vorteil von GRLWEAP über andere ähnliche Programme ist die Datenbank für Bäre. Nahezu 300 Modelle sind in der Datei enthalten. Der Programmbenutzer braucht sich also kaum Gedanken zu machen, wie der Bär arbeitet und welcher Wirkungsgrad anzusetzen ist. Die Wirkungsgrade, die in der Hammerdatei enthalten sind, und die auch normalerweise verwendet werden, wurden auf Grund vieler Vergleichsrechnungen und -messungen in der Hammerdatei wie folgt festgelegt:

- Dieselsbäre 0.72
- Einfache Dampf/Luftbäre 0.67
- Doppelt beaufschlagte Dampf/Luftbäre 0.50
- Bäre mit absolutem Freifall oder selbst gemessener Energie 0.95

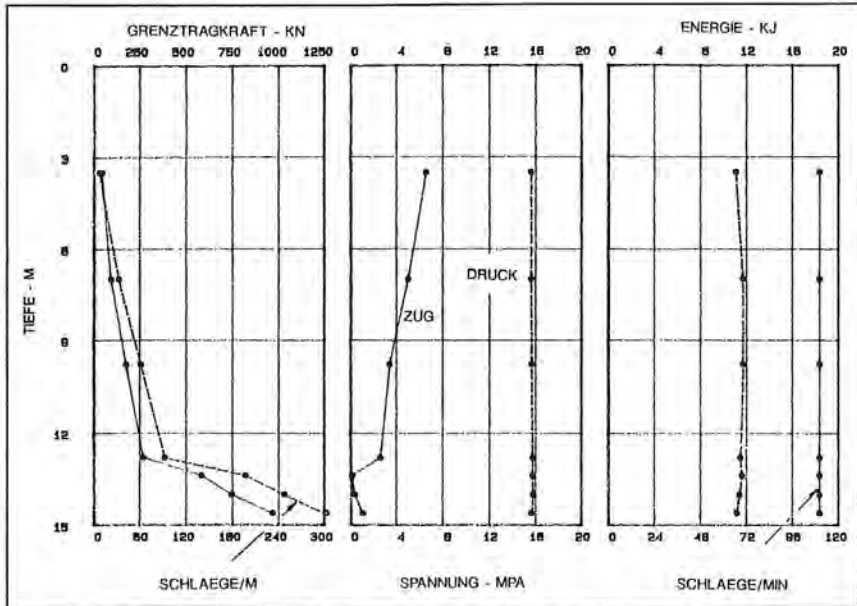


Bild 3: Rammbarkeitsdiagramm von GRLWEAP

Mit diesen Wirkungsgraden kann man erwarten, dass die Spannungsspitzen im Pfahl mit 10 prozentiger Genauigkeit berechnet werden. In den Pfahl eingeleitete Energien zeigen etwas grössere Abweichungen (ungefähr 20%).

#### 4.2 Dieselbäre

Ursprünglich wurde WEAP von der Federal Highway Administration in Auftrag gegeben, um ein Programm zu schaffen, das Dieselbäre so wirklichkeitstreu wie möglich simulieren würde. Auch heute ist GRLWEAP auf diesem Gebiet anderen Programmen überlegen, weil es ständig auf den neuesten Stand der Technik gebracht wurde.

Der Programm benutzer kann heute unter drei verschiedenen Rechenverfahren für Dieselbäre wählen:

- Im Normalfall berechnet man die **Fallhöhe** des Bären, die auf Grund der Pfahlmasse, der Futtersteifigkeit und des Bodenwiderstandes variiert. Dies geschieht iterativ; Am Anfang wird eine Fallhöhe angenommen. Durch die

Wellengleichung errechnet man dann eine Bährückschlagshöhe, mit der, falls sie nicht mit der vorherigen Annahme übereinstimmt, die Rechnung wiederholt wird.

- Im zweiten Fall lässt man die Fallhöhe in der Berechnung unverändert, aber man verändert den **Verbrennungsdruck** im Dieselbären so lange, bis die Rücksprungshöhe des Bären gleich der Fallhöhe ist.
- Im dritten Fall wird nur eine einzige **Traglast** untersucht. Sie entspricht meistens der mit einem Sicherheitsbeiwert beaufschlagten zulässigen Pfahl-last. Für zehn verschiedene Fallhöhen wird dann der entsprechende Verbrennungsdruck und die dazugehörige Eindringung berechnet. Auf der Baustelle wird die für die gegebene Grenztraglast berechnete erforderliche Schlagzahl in Abhängigkeit von der tatsächlichen Fallhöhe des Bären ermittelt und als Rammziel eingehalten.

## 5. GRLWEAP Pfahlmodell

Das Grundmodell des GRLWEAP Wellengleichungsprogramms ist immer noch das etwas altmodisch anmutende Massen-Federn System von Smith. Der Grund nicht das genauere, kontinuierliche Rechenmodell von CAPWAPC zu verwenden liegt in der Grosszügigkeit mit der Bärkomponente, Pfahlverbindungen und andere sich nicht linear verhaltende Bauteile repräsentiert werden können. Drei wichtige Erweiterungen des Smithmodells werden im folgenden beschrieben.

### 5.1 Pfahlverbindungen

Werden zwei Betonpfahlteile mit Stahlkupplungen verbunden, dann ergeben sich an diesem Punkt meistens kleine Verformungen, die Reflektionen der Spannungswelle hervorrufen, und daher deutlich in Pfahlkopfmessungen zu erkennen sind. Diese Reflektionen werden wirklichkeitsgetreu im GRLWEAP Programm durch eine nichtlineare Feder wiedergegeben. Innerhalb eines sogenannten Slack-Weges nimmt dabei die Federsteifigkeit von Null auf den vollen Wert linear zu. Das gleiche nicht-lineare Kraft-Verformungsverhalten wird bei all den Federn angewendet, die sich vom Nachbarmassenpunkt lösen können.

## 5.2 Verzweigungen von Spannungswellen

Für Pfähle, die mit der 'Jungfer' gerammt werden, ergibt sich oft ein Verzweigungsproblem (Bild 4).

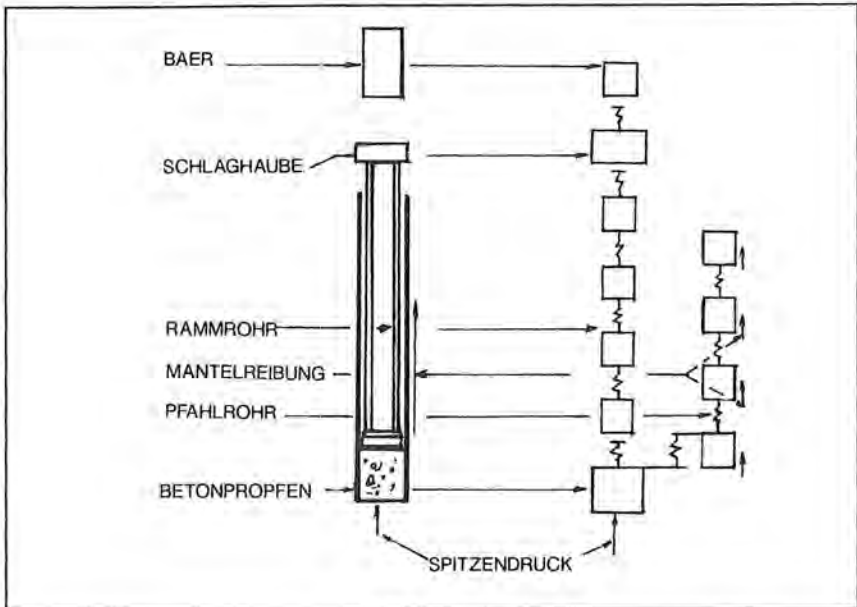


Bild 4: Zweipfahlsystem

GRLWEAP's Pfahlmodell bietet die Möglichkeit an, zwei Pfähle zu rechnen, die an einem beliebigen Punkt verbunden sind. Der Vorteil dieser Pfähle, die in der ganzen Welt Verwendung finden, ist ihr relativ geringer Stahlquerschnitt bei grossen Tragfähigkeiten. Die Schlagenergie wird durch das dickwandige Rammrohr erst auf einen Betonpropfen übertragen. Von da an bilden sich zwei Spannungswellen, eine Reflektionswelle im Rammrohr und eine zweite nach oben wandernde im dünnwandigen Pfahlrohr. Das Pfahlrohr wird dabei nur auf Zug beansprucht. Die im Bild 5 gezeigten Kraft-Zeitdiagramme werden während der Rechnung für Rammrohr und Pfahlrohr am Bildschirm gezeigt.

## 5.3 Restspannungsrechnung

Restspannungen im Pfahl können die Einrammarbeit wesentlich erleichtern. Diese Feststellung wurde

bereits von HOLLOWAY 1978 getroffen. Sie sind besonders wichtig bei flexiblen Reibungspfählen. Reine Spitzendruckpfähle können keine Restspannungen speichern, da sich der Pfahl völlig unbehindert entspannen kann. Die im Pfahl gespeicherte Energie ruft natürlich auch wesentlich grössere Pfahlspannungen in grösseren Tiefen hervor, als von der normalen Wellengleichungsrechnung erwartet wird.

Die Restspannungsrechnung unterscheidet sich von Smith's Verfahren dadurch, dass am Ende der normalen dynamischen eine statische Berechnung erfolgt, mit der der endgültige statische Gleichgewichtszustand ermittelt wird. Dieser Zustand wird durch Pfahleindringungen und Bodenwiderstände gekennzeichnet. Die dynamische Berechnung wird dann wiederholt, wobei als Anfangswerte die bleibenden Eindringungen und Bodenwiderstände der vorhergehenden statischen Berechnung herangezogen werden. Der Vorgang wird wiederholt, bis die bleibenden Pfahleindringungen konvergieren. Dies ist natürlich ein zeitraubender Vorgang, der nur dadurch etwas erleichtert wird, da bei der Wellengleichung immer mehrere Berechnungen hintereinander folgen. So muss beim Dieselbären die Rechnung ohnehin solange wiederholt werden, bis die Fallhöhe des Bären konvergiert. Die Rechnung wird auch immer für mehrere Grenztragfähigkeiten durchgeführt wobei sich jedesmal brauchbare Anfangswerte ergeben.

Bisher beschränkt man sich darauf, nur besonders elastische Rohrpfähle mit der Restspannungsrechnung zu untersuchen. Für andere Pfahltypen liegt noch nicht genügend Vergleichsmaterial vor.

## 6. BODENMODELL

Das Bodenmodell in GRLWEAP weicht nur unwesentlich vom ursprünglichen Smith-Vorschlag ab. Das kommt daher, dass noch kein bodenmechanisches Verfahren entwickelt wurde, das die notwendigen dynamischen Kennwerte auf Grund von Bodenproben erfasst. Man arbeitet also immer noch mit der elasto-plastischen Feder, die durch Grenztragkraft und Bodensteifigkeit (oder "Quake", dem elastischen Grenzwert der Bodenverformung) definiert wird und mit einer Dämpfungskonstanten,  $J_d$ . Eine Modellerweiterung in GRLWEAP betrifft die Dämpfungskonstante, die jetzt völlig linear eingesetzt werden kann. Dabei können die Konstanten wahlweise nach dem Case Ansatz oder nach Smith eingegeben werden. Nach Case wird die Dateneingabe mit dem Case Dämpfungswert,  $J_{d1}$ , vorgenommen, eine linear viskose Konstante, die durch Teilung mit der Pfahlimpedanz  $Z$  ( $Z = EA/c$ , mit  $E$  dem E-Modul,  $A$  der Pfahlquerschnittsfläche und  $c$  der Wellengeschwindigkeit) dimensionlos wird. Der Dämpfungswiderstand,  $R_d$ , kann also mit Hilfe einer der drei folgenden Gleichungen berechnet werden.

$$R_a = J_s v(t) R_s(t) \quad (1)$$

$$R_a = J_s v(t) R_u \quad (2)$$

$$R_u = J_c v(t) Z \quad (3)$$

Gleichung 1 ist der Ansatz nach Smith, Gleichung 2 ist linearisiert nach Smith, und Gleichung 3 ist der Ansatz nach Case. Weiter ist  $v(t)$  die Pfahlgeschwindigkeit eines Massenpunktes, und  $R_s(t)$  und  $R_u$  sind die temporäre statische Widerstandskraft und ihr konstanter Grenzwert. Da die nach 2 oder 3 berechnete Dämpfung auch dann noch relativ grosse Werte hat, wenn der Pfahl zurückfedert, eignen sich diese Ansätze besonders gut in der Restspannungsberechnung, wo ungedämpfte Schwingungen leicht die Konvergenz stören können.

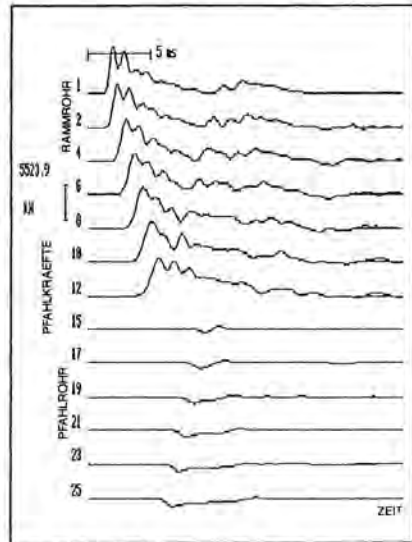


Bild 5: Kräfte als Funktion der Zeit im Zweipfahlsystem

## 7. ANWENDUNG DER WELLENGLEICHUNG

Die überraschenste Entwicklung während der letzten 10 Jahre war die starke Zunahme und der weitverbreitete Einsatz der Wellengleichung in den USA. Besonders im Brückenbau wurde von den öffentlichen Bauherren die Wellengleichung konsequent in die Praxis übernommen. Dafür waren hauptsächlich die Seminare und die Empfehlungen der Federal Highway Administration verantwortlich. Die Verbreitung des GRLWEAP Programmes wird weltweit auf mindestens 250 Büros, Betriebe oder Verwaltungen geschätzt.

Das Wellengleichungsverfahren hat nur deshalb solch weitverbreiteten Anklang gefunden, weil zur selben Zeit die Messungen am Pfahl mit dem Pile Driving Analyzer immer einfacher und zuverlässiger wurden. So wird in vielen Fällen vor Baubeginn eine Wellengleichungsrechnung durchgeführt, und das vom Unternehmer vorgeschlagene Gerät überprüft, damit gewisse Grenzen der Spannungen (etwa 85% der Streckgrenze oder Festigkeit) und der Schlagzahlen (z. B. 400 Schläge pro Meter) nicht überschritten werden. Während der Rammung der ersten Pfähle werden dann die Kräfte und Geschwindigkeiten am Pfahlkopf gemessen. Die Spannungen, in den Pfahl übertragenen Energien,



und die Pfahltragkraft werden dann überprüft. Auf Grund dieser Messungen muss das Rammziel dann manchmal neu formuliert werden; in extremen Fällen muss der Bär ausgetauscht werden.

## 8. ZUSAMMENFASSUNG

Die Wellengleichungsmethode hat weiten Anklang gefunden und wird in vielen Ländern zur Berechnung von Spannungen und erforderlichen Schlagzahlen eingesetzt. Mit Hilfe seiner Zusatzprogramme kann GRLWEAP in kurzer Zeit komplizierte Fälle berechnen, ausdrucken und zeichnen. Die Methode wird ständig weiterentwickelt. Verbesserungen wurden hauptsächlich auf dem Gebiet der Bär- und Pfahlsimulation erzielt. An der Verbesserung des Bodenmodells muss noch weitergearbeitet werden.

## 9. LITERATUR

Blendy, M.M., "Rational Approach to Pile Foundation", Symposium on Deep Foundations, ASCE National Convention, October 1979.

Goble, G.G. and Rausche, F., "Wave Equation Analysis of Pile Driving-WEAP Program", Volumes 1 through 4, FHWA #IP-76-14.1 through #IP-76-14.4, July 1976.

Hirsch, T.J. Jr., Carr, L. and Lowery, L.L. Jr., "Pile Driving Analysis Wave Equation User's Manuals - TTI Program", Volumes 1 through 4, FHWA #IP-76-13.1 through #IP-76-13.4, April 1976.

Holloway, D.M., Clough, G.W. and Vesic, A.S., "The Effect of Residual Driving Stresses on Pile Performance Under Axial Loads", OTC 3306, May 1978.

Rausche, F., "Dynamische Methoden zur Bestimmung Tragfähigkeit von Rammpfählen, Baugrundtagung 1974 in Frankfurt/M-Höchst, Deutsche Gesellschaft für Erd-Grundbau, Essen.

Samson, C.H., Hirsch, T.J. Jr., and Lowery, L.L., "Computer Study for Dynamic Behavior of Piling", Journal of the Structural Division, ASCE, Volume 86, August 1960.

Frank Rausche, GRL & Assoc., 4535 Emery Industrial Parkway, Cleveland, Ohio 44128, USA