

NEUENTWICKLUNGEN IN DER PFAHLDYNAMIK

Frank Rausche

1. EINLEITUNG

Die Pfahldynamik wird heute in vielen Teilen der Welt zum Nachweis der Tragfähigkeit, Integrität und Qualität von Tiefgründungen eingesetzt. Die dabei verwendeten Verfahren stützen sich hauptsächlich auf die Arbeiten von Smith, Goble und Paquet. Zum Beispiel wurde das Wellengleichungsverfahren, das nur mit der Berechnung, d. h. also ohne Messung, auskommt, in den 50er Jahren (SMITH, 1960) konzipiert und später von anderen verfeinert; die Case Methode wurde in den sechziger Jahren zusammen mit CAPWAP am Case Institute of Technology als ein Messverfahren für Tragfähigkeitsberechnungen und später auch zur Ermittlung von Bärwirkungsgrad und Pfahlintegrität entwickelt (GOBLE, *et al.*, 1975). Die Hammerseismik oder Low Strain Methode zur Abschätzung der Pfahlintegrität wurde von PAQUET (1968) vorgestellt und von anderen Geräte- und Programmentwicklern anwendungsreif gemacht.

Grundsätzlich hat sich an diesen Verfahren sehr wenig geändert, obwohl die Messgeräte und Rechenprogramme wesentlich verbessert wurden. Das heisst nicht etwa, dass nicht weitergeforcht worden wäre; im Gegenteil, auf allen Kontinenten bemühten sich die Pfahldynamiker, die Verfahren in ihrer Aussagekraft zu stärken und ihre Genauigkeit zu verfeinern. Die Verfahren basieren aber immer noch auf den folgenden, grundlegenden Überlegungen:

- Der Pfahl ist ein elastischer Stab, dessen Durchmesser klein ist im Vergleich mit der Länge

- Der Boden hat eine statische und eine dynamische Widerstandskomponente; zusammen ergeben diese beiden Anteile den gesamten dynamische Bodenwiderstand

Zwei "klassische" Verfahren kommen zur Anwendung (a) die sogenannte High-Strain Methode, bei der die unter dem schweren Bärschlag entstehenden hohen Stauchungen im

Pfahl berechnet, gemessen oder ausgewertet werden (RAUSCHE, 1974) und (b) die Low-Strain Methoden, bei denen mit einem leichten Handhammer eine Stosswelle zur Überprüfung der Pfahlintegrität erzeugt wird.

2. WELLENGLEICHUNGSMETHODE

2.1 Beschreibung

Die WGM gehört zu der High Strain Gruppe. Mit ihr versucht man entweder den Rammfortschritt in Abhängigkeit der Rammtiefe vorauszusagen oder die Tragfähigkeit eines Pfahles auf Grund einer gemessenen Eindringung unter einem Schlag zu berechnen. Obwohl die Wellengleichung, die das Verhalten eines Pfahles unter einem Schlag beschreibt, recht leicht und mit guter Genauigkeit gelöst werden kann, kommt es doch immer wieder zu Fehlern wegen des unbekanntem Verhaltens des Bodens und des stark variablen Wirkungsgrades von Bär und Futter. Eine genaue Beschreibung des Bärverhaltens kann nur durch Messungen erzielt werden.

2.2 Entwicklungen in der WGM

Der Pfahl wird in einzelne Segmente geteilt, die entweder durch Federsteifigkeit und Masse oder durch Impedanz und Wellengeschwindigkeit definiert werden. Ähnlich werden Bär, Haube und Futter dargestellt. An jedem Pfahlsegment wird dann ein Bodenwiderstandssegment angebracht, das Reibung und Spitzenwiderstand auf Grund von Pfahleindringung und -geschwindigkeit berechnen lässt. Die Ergebnisse werden oft über die Eindringtiefe oder als Funktion der Schlagzahl dargestellt (RAUSCHE, 1991).

Während es äusserst schwierig ist, den Zustand des Bärs oder des Futters vorauszusagen, ist es nahezu unmöglich, das Bodenverhalten genau zu beschreiben. Alle Pfahldynamiker sind sich darin einig, dass das Bodenmodell, das von Smith vorgeschlagen worden war und heute am weitesten verbreitet ist, zu primitiv ist, und dass seine Bodenkonstanten, Dämpfungsfaktor und Quake, nur unzureichend von allgemein anerkannten Bodenparametern abgeleitet werden können. Weiter wird allgemein bemängelt, dass die realistischere exponentielle Dämpfungsberechnung (COYLE und GIBSON, 1970) immer noch nicht angenommen wurde. Nach diesem Ansatz wird die vom Boden auf ein Pfahlsegment

ausgeübte Dämpfungskraft, R_d , mit der folgenden Formel berechnet:

$$R_d = J R_s v^n \quad (1)$$

Dabei ist (nach Smith) R_s die gegenwärtige statische Bodenwiderstandskraft (die maximal den Grenzwert R_u erreichen kann), J ist ein Dämpfungsfaktor, v ist die Geschwindigkeit des Pfahlsegments und

n ist eine dimensionsloser Exponent. Coyle und Gibson fanden $n = 0.2$, nach Smith ist $n = 1$. In den meisten Untersuchungen wird heute meistens R_s mit R_u , d. h. also mit einem konstanten Wert, ersetzt. Bild 1 zeigt einen Vergleich von normalisierten Dämpfungskräften wie sie sich für verschiedene Maximalgeschwindigkeiten jeweils nach Coyle und Smith ergeben. Dabei zeigt sich, dass die Bodendämpfungskräfte zunächst sehr stark, wenn aber der dynamische Zustand erreicht worden ist, nur langsam mit der Pfahlgeschwindigkeit zunehmen.

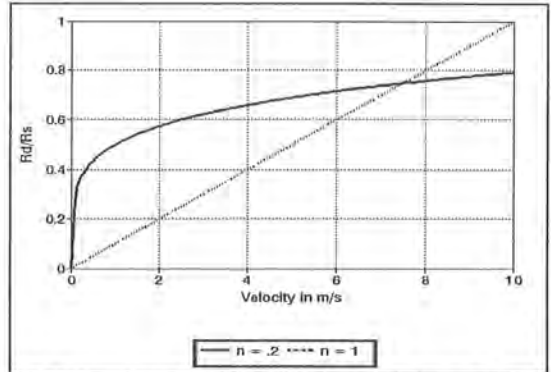


Bild 1: Dämpfungskräfte nach Coyle-Gibson ($n = 0.2$) und Smith

Im GRLWEAP Programm (GRL AND ASSOCIATES, 1992-b), das wohl das am weitesten verbreitete WGprogramm ist, wurde eine modifizierte Dämpfungsberechnung eingebaut. Da Gleichung (1) sich nicht zur praktischen Berechnung von Dämpfungen positiver und negativer Geschwindigkeiten eignet, musste die Berechnung auf Grund der maximalen Geschwindigkeit eines Pfahlsegmentes berechnet werden. Dieser vorläufige Ansatz scheint erfolgreich zu sein; Vorschläge für individuelle Dämpfungsfaktoren können leicht auf Grund der Smith-Empfehlungen berechnet werden (RAUSCHE, *et al.*, 1992).

Obwohl der Vorschlag von Coyle und Gibson allgemein akzeptiert wird, haben sich die meisten Arbeiten auf diesem Gebiet damit beschäftigt, in geschlossener Form Formeln zu entwickeln, mit denen die Dämpfungsfaktoren von allgemein bekannten Bodenparametern berechnet werden können (z. B. RANDOLPH und SIMONS, 1986). Diese Bodenmodelle beruhen zum Teil auf den Arbeiten von NOVAK (1977). LEE, *et al.* (1988) bauten diese

Vorschläge noch weiter aus und schlagen für die Dämpfung am Pfahlmantel z. B. die folgenden Beziehung vor:

$$J = 2II r_o \sqrt{\rho G} \quad (2)$$

Dieser Ausdruck, der die Dämpfung des Bodens am Mantel nur als eine Funktion des Pfahlhalbmessers, r_o , der Bodendichte, ρ , und des Bodenschubmoduls, G , ansieht, wurde in Anlehnung an Novak's bodendynamischen Untersuchungen entwickelt. Damit versucht man zu vermeiden, die Dämpfung nur auf Grund einer schlecht definierten Bodenart (z. B. bindig oder nicht-bindig), zu wählen, wie das im Smith-Verfahren allgemein gemacht wird. Leider ist der Ansatz von Novak wirklich nur für niedere Bodenverzerrungen gedacht und nicht für grosse Verformungen, wie sie am Pfahlmantel während der Eindringung entstehen können. Eine ähnliche Beschränkung liegt den Ausdrücken für das Quake, q , zugrunde (q ist die vertikale Pfahlverschiebung, bei der der Bodenwiderstand vom elastischen in den plastischen Zustand übergeht.) Für den Mantel wurde die folgende Formel, wieder unter der Annahme kleiner Verzerrungen, entwickelt:

$$\frac{R_u}{2.75G} \quad (3)$$

Es ist noch nicht klar, ob sich diese Ansätze behaupten werden. Es ist auch nicht klar, warum die Dämpfung des Bodens hauptsächlich vom Schubmodul des Bodens abhängig sein soll.

Zur Verbesserung der Tragfähigkeitsermittlungen nach der WGM wird in den USA z. Zt. untersucht, wie Rammsonden, DCPT (Dynamic Cone Penetration Test) oder SPT (Standard Penetration Test) und deren Messverfahren so ausgebaut werden können, dass sich dadurch auch die notwendigen dynamischen Bodenparameter bestimmen lassen. Die folgenden Parameter sind dabei besonders wichtig:

q_s Das Quake an der Pfahlspitze

$J_{M,S}$ Die Dämpfungskonstanten an Mantel und Spitze

- n Der Dämpfungsexponent nach Gleichung (1)
- $\alpha_{M,S}$ Das Verhältnis der Tragkraft nach einer Wartezeit zur Tragkraft am Ende des Rammens (Anwachs- oder Set-up-Faktor)

Auf diesem Gebiet war bereits am Institut für Grundbau der Universität Braunschweig und am Royal Institute of Technology, Sweden (ERIKSSON, 1992) wertvolle Arbeit geleistet worden. Allerdings wurden bis jetzt noch keine erfolgreichen Methoden für direkte Dämpfungs- oder Quakeermittlungen gefunden. Für zeitabhängige Tragkraftsveränderungen (also die Ermittlung von α) scheint der Vorschlag von SKOV und DENVER (1988) am erfolgreichsten zu sein.

Mit den Verfeinerungen der PDA Messtechnik (s. 3.2) wurde es möglich die hochfrequentigen Beschleunigungen, die beim SPT auftreten, mit guter Genauigkeit aufzunehmen und auszuwerten. Damit kann jetzt endlich die Energieaufnahme des SPT-Gestänges zur Eichung der SPT-Schlagzahlen genau gemessen werden. Weiterhin können jetzt die Bodenwiderstandsgrößen an der Stangenspitze direkt von den gemessenen Größen am Stangenkopf berechnet werden (ABOUMATAR, 1992).

3. CASE METHOD UND CAPWAP

3.1 Beschreibung der Verfahren

Beide Verfahren basieren auf Kraft- und Geschwindigkeitsmessungen, die unter einem starken Hammerschlag in der Nähe des Pfahlkopfes gemessen werden. Der Schlag erzeugt hohe Dehnungen, High Strains, im Pfahl und damit bleibende Eindringungen des Pfahles im Boden. Während die Case Methode in geschlossener Form eine Vielzahl von genäherten oder exakten Ergebnisse berechnen lässt, verlangt CAPWAP, dass gerechnete Größen den gemessenen durch Veränderungen der Bodenparameter schrittweise angeglichen werden (RAUSCHE, 1974; KLINGMÜLLER, 1984 und 1985; BALTHAUS, 1986). Wenn ein Optimum der Angleichung erzielt worden ist, ist der Vorgang beendet und die "wahrscheinlichsten" Bodenparameter sind dann bekannt.

3.2 Neuentwicklungen bei der Case Methode

Bei der Case Methode wurden Fortschritte hauptsächlich auf den Gebieten der Messtechnik und der digitalen, automatischen Auswertung erzielt. Z. B. können Beschleunigungsmessungen unter Bäre ohne weiches Futter jetzt auch verlässlich durchgeführt werden. Dabei werden äusserst kleine (2 mm Durchmesser) Beschleunigungsgeber verwendet, die auf dem Prinzip des schwingenden Balkens aufgebaut und mit hochempfindlichen, piezoresistiven DMS bestückt sind. Beim modernen Pile Driving Analyzer™ (PDA), Modell PAK, werden die Messaufbereitung für maximal 6 Kanäle, Digitalwandlung (A/D) mit 20,000 Werten pro Kanal pro Sekunde (sps), graphische Darstellung, numerische Auswertung und digitale Speicherung in einen kleinen Koffer gepackt (Bild 2). Die höheren Wandlungsgeschwindigkeiten (früher 10,000 sps) werden durch die hochfrequentigen Stahl-auf-Stahlschläge moderner Bäre

erzwungen. Durch den leichteren und leistungsfähigeren PAK wird wenigstens die körperliche Anstrengung beim Messen gegenüber weniger weit entwickelten Geräten stark reduziert. Allerdings muss der Messingenieur immer noch äusserst gewissenhaft vorgehen, um Fehler bei Messung und Auswertung zu vermeiden. Dem Anfänger werden dabei jetzt ausführliche

Interpretationshilfen gegeben; Bild 3 zeigt unter welchen Bedingungen der PDA diese Hilfen stellt (LIKINS *et al.*,

1992-b). Z. B. werden für einen bestimmten Pfahltyp die zulässigen Spannungen berechnet und den von den Messungen abgeleiteten gegenübergestellt. Für die Belastbarkeit wird eine Grenztragkraft von der zulässigen Pfahltragkraft ausgerechnet und unter Berücksichtigung der, je nach Bodenart erwarteten, zeitabhängigen Bodenwiderstandsveränderungen vom PDA mit Hilfe der Case Methode ausgerechnet, gegenübergestellt. Wird die Eindringung des Pfahles zu gering and lässt damit nicht erwarten, dass der Pfahl zur vollen Grenztragkraft gerammt werden kann, dann werden bestimmte Vorschläge zur Verbesserung der in den Pfahl eingebrachten Energie vom PDA gemacht. Für das Bärverhalten wird auf Grund der in einer Datei enthaltenen Wirkungsgrade das gemessene Verhalten bewertet.



Bild 2: Pile Driving Analyzer, Model PAK

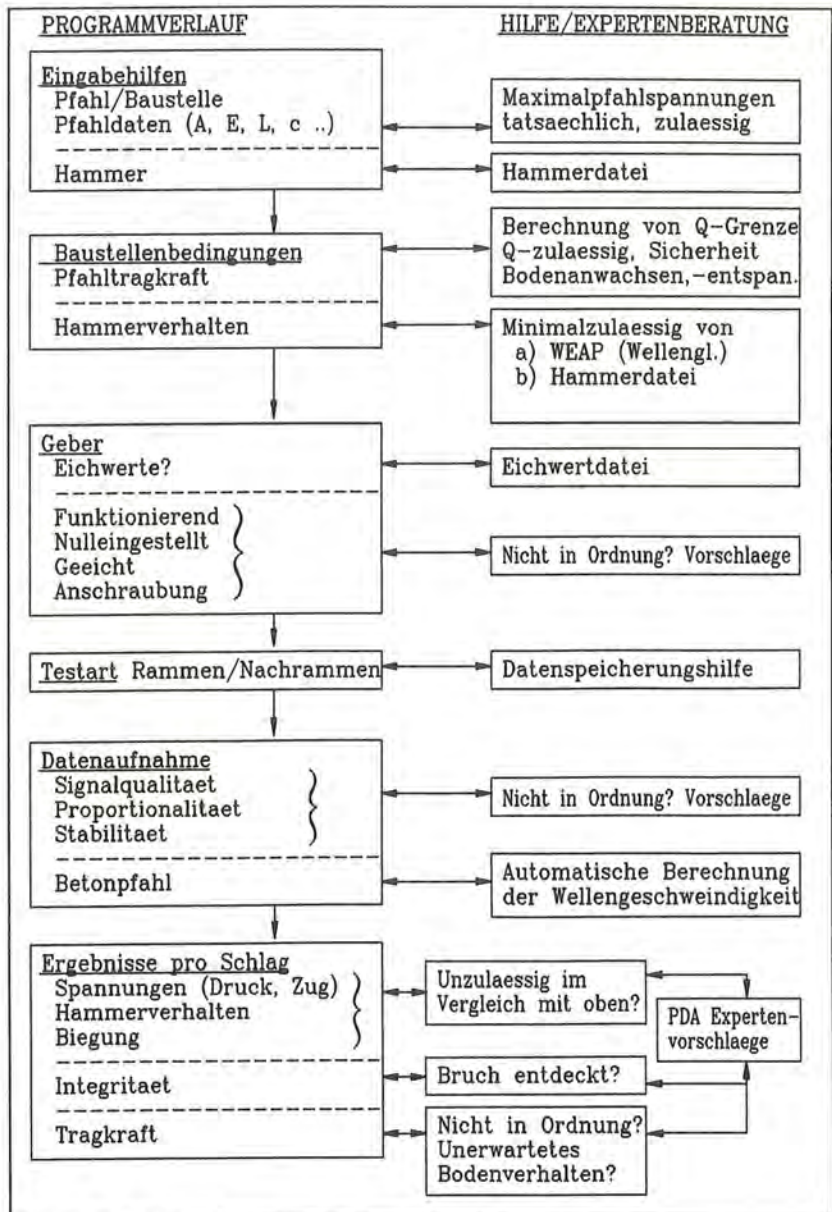


Bild 3: PDA-PAK Expert Hilfen für den Novizen

3.3 CAPWAP Fortschritte

CAPWAP's Bodenwiderstandsmodell hat sich während der Jahre mehr und mehr vom ursprünglichen Smith-Modell wegentwickelt. Bild 4-a und 4-b zeigt, für den Mantel, die Modelle nach Smith, and CAPWAP (GRL AND ASSOCIATES, INC., 1992-a). Das Bild zeigt auch, dass durch diese Entwicklung die Anzahl der Unbekannten an jedem Knotenpunkt eines Mantelsegmentes von 3 auf 8 angestiegen ist. Es war aber notwendig die zusätzlichen Unbekannten einzuführen, damit die gerechneten mit den gemessenen Pfahlkopfgrößen in Übereinstimmung zu bringen. Sehr wichtig war dabei der Abstrahlungsdämpfungsteil (J_a, m_a), der bei CAPWAP als Masse und Dämpfer eingeführt wird. RANDOLPH UND SIMONS, 1986 berücksichtigen die Abstrahlungsdämpfung mit Hilfe einer Feder und einem Dämpfer (Bild 4-c). LIKINS *et al.*, (1992-a) beschreiben wie das Abstrahlmodell geholfen hat mit CAPWAP zu niedrig berechnete Last-Setzungslinien zu verbessern.

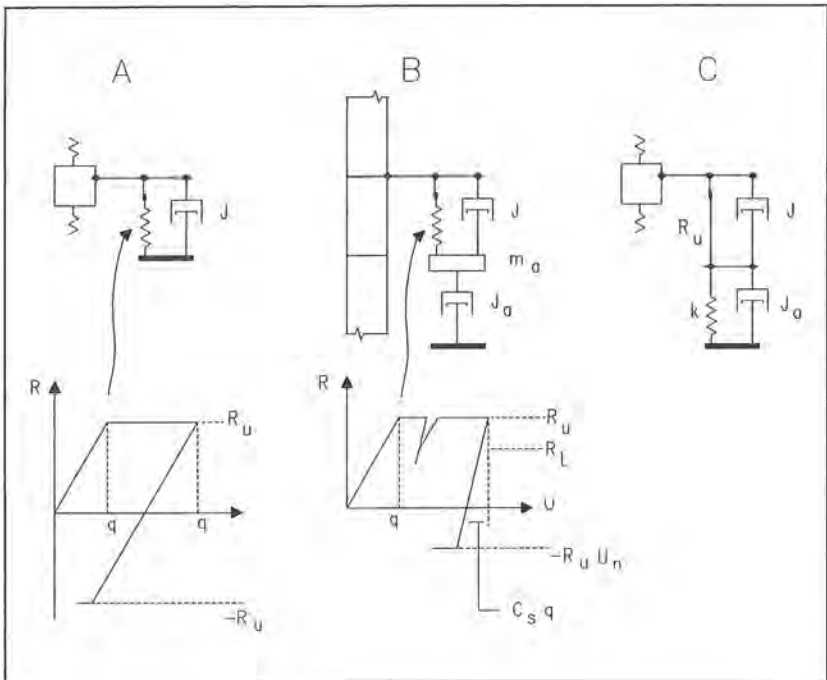


Bild 4: Rheologische Modelle nach (A) Smith, (B) CAPWAP und (C) Randolph Simon

Die Bilder 5-a und Bild 5-b zeigen zum Vergleich berechnete Kraft-Eindringungskurven für die Fälle mit und ohne Abstrahlungsdämpfer. Der Hauptunterschied ist dabei, dass die statischen Widerstandskräfte mit Abstrahlungsdämpfung schon dann abnehmen können, wenn der Pfahl sich noch nach unten bewegt. Das berücksichtigt also, dass der Boden unter der vom Pfahl ausgeübten Widerstandskraft ausweicht.

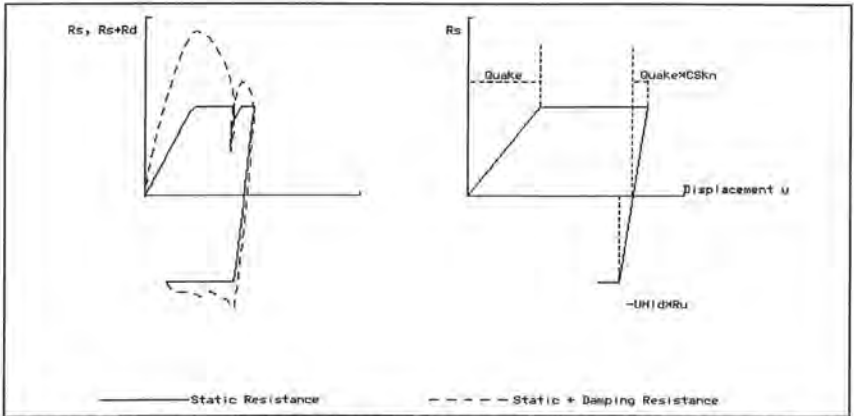


Bild 5-a: Bodenwiderstand als Funktion der Pfahleindringung- **ohne** Abstrahlungsdämpfung

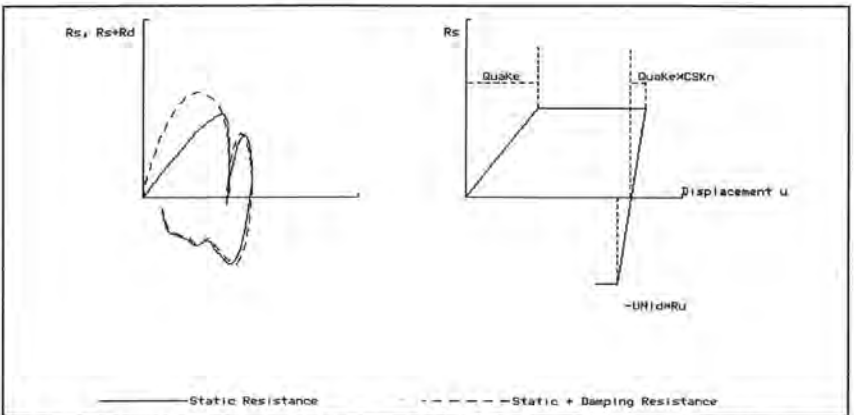


Bild 5-b: Bodenwiderstand als Funktion der Pfahleindringung- **mit** Abstrahlungsdämpfung

4. PFAHLINTEGRITÄT (P.I.T., LOW STRAIN TEST, HAMMERSEISMIK)

4.1 Beschreibung des Verfahrens

Bei der Hammerseismik wird mit einem Handhammer ein leichter Schlag auf dem Pfahlkopf aufgebracht, der Wellen niedriger Dehnungen, Low Strains, im Pfahl erzeugt. Die dadurch erzeugte Pfahlkopfbewegung wird dann mit einem Beschleunigungsgeber oder einem Geophon gemessen. Da die Bewegung des Pfahlkopfes nicht nur vom Hammer sondern auch von Reflektionen und Refraktionen beeinflusst wird (SEITZ, 1992), enthält sie Informationen, die über den Pfahlquerschnitt oder die Betongüte des Pfahles Aufschluss geben können. Die Auswertung der Low-Strain Tests kann entweder im Zeit- (Puls-Echo) oder Frequenzbereich (Transient Response) vorgenommen werden. RAUSCHE, *et al.*, (1991) beschreiben diese Methoden und stellen dabei fest, dass im Frequenzbereich nur dann noch zusätzliche Aussagen gemacht werden können, wenn auch die vom Hammer ausgeübte Kraft gemessen wird. Eine Interpretationshilfe, nach PAQUET (1991), ist das Impedanzlog oder Pfahlprofil, das auf recht schnelle und vernünftige Art ein "wahrscheinliches" Abbild des Pfahles im Boden berechnet (Bild 6).

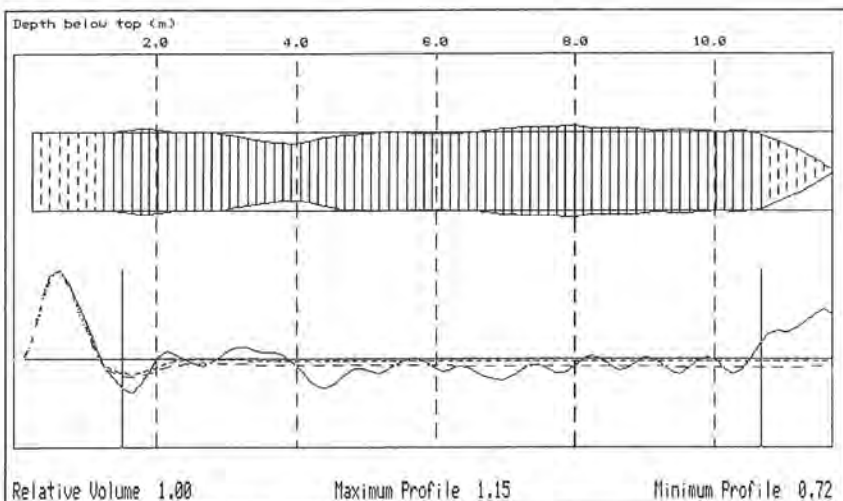


Bild 6: Pfahlprofile von P.I.T.-Geschwindigkeitsdaten

5. DATENSAMMLUNGEN UND FALLSTUDIEN

Zur Zeit wird von GRL, der Firma des Autoren, vom US Department of Transportation unterstützt, eine Datenbank geschaffen, die die Ergebnisse von statischen und dynamischen Probelastungen von bereits mehr als 150 Pfählen enthält. Leider wurden diese Ergebnisse noch nicht zur Veröffentlichung freigegeben. Es wird erwartet, dass diese Arbeiten bis zum Ende des Jahres 1993 abgeschlossen sein werden.

Viele Veröffentlichungen befassten sich in den letzten Jahren mit der Beschreibung von Erfahrungen aus der Anwendung der Pfahldynamik. Diese Veröffentlichungen enthalten auch viele wertvolle Messergebnisse. Besonders muss dabei auf die Proceedingsbände der 3. und 4. Internationalen Konferenz "Application of Stress Wave Theory to Piles" (FELLENIUS, 1988 und BARENDS, 1992) hingewiesen werden. Weitere Quellen, die Vergleiche von statischen und Probelastungen und Beispiele von Messungen an gebrochenen Pfählen enthalten, werden von ABE *et al.*, (1990) und HUSSEIN *et al.*, (1990, 1991, 1991, 1992) beschrieben.

6. ZUSAMMENFASSUNG

Die Fortschritte in der Pfahldynamik sind zur Zeit weniger stürmisch als in den 60er und 70er Jahren. Gegenwärtig wird versucht, die Ergebnisse zu verfeinern und Aussagen treffsicherer zu machen. Berücksichtigt man dabei, dass die Ergebnisse im allgemeinen schon sehr gut sind, dann kann man verstehen, dass weitere Fortschritte nur mühsam erzielt werden. Die Qualität der Berechnungen und Messungen nimmt aber ständig zu, da wertvolle Erfahrungen in zunehmendem Masse auf der ganzen Welt gemacht werden.

7. QUELLEN

Aboumatar, H., 1992. Engineering properties of soil from dynamic measurements on the standard penetration test. Ph. D. thesis, University of Colorado at Boulder, Boulder, CO.

Abe, S., Likins, G., Morgano, M., 1990. Three case studies on dynamic testing of piles. *Geotechnical News*, Vol. 8, No. 4.

Balthaus, H., 1986. Zur Bestimmung der Tragfähigkeit von Pfählen mit dynamischen Prüfmethode, Dissertation Universität Braunschweig.

Barends, F. B. J., 1992, Application of Stress-Wave Theory to Piles. Fourth International Conference, The Hague, A.A. Balkema, Rotterdam.

Coyle, H. M. and Gibson, G. C., 1970. Empirical damping constants for sands and clays. ASCE Journal of Soil Mechanics and Foundation Division.

Eriksson, H., 1990. Static behavior of driven piles estimated from stress wave measurements on dynamic probes. Presented at the 1990 PDA Users Day, Gothenburg, Sweden.

Fellenius, B. H., 1988. Application of Stress-Wave Theory to Piles. Third International Conference, Ottawa, Bitech Publishers, Vancouver, B.C.

Goble, G. G., Likins, G. E. and Rausche, F., 1975. Bearing capacity of piles from dynamic measurements. Final Report, Department of Civil Engineering, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio.

GRL and Associates, Inc., 1992-a. CAPWAP Documentation. 4535 Emery Industrial Parkway, Cleveland, Ohio, 44128, USA.

GRL and Associates, Inc., 1992-b. GRLWEAP Documentation. 4535 Emery Industrial Parkway, Cleveland, Ohio, 44128, USA.

Hussein, M., Rausche, F., 1990. Pile design and construction control by dynamic methods- a case history. *Geotechnical News*, Vol. 8, No. 4.

Hussein, M., Rausche, F., 1991. Bearing capacity of deep foundations from dynamic measurements and static tests- ten correlation cases. Piletalk International, Kuala Lumpur, Malaysia.

Hussein, M., Rausche, F., 1991. Determination of driving induced pile damage. Fondations Profondes, L'Ecole Nationale des ponts et Chaussées, ISSMFE, Paris, France.

Hussein, M., Rausche, F., Likins, G., 1992. Dynamics of pile driving as a function of ram drop height. Fourth International Conference on the Application of Stress Wave Theory to Piles, F. Barends, Editor, A. A. Balkema, Rotterdam, 1992.

Klingmüller, O., 1984. Dynamische Pfahlprüfung als nichtlineare Systemidentifikation, Tagung Dynamische Probleme- -Modellierung und Wirklichkeit, Curt Risch Institute, Hannover.

Klingmüller, O., 1985. Methods of optimal control applied to a problem of nonlinear systems identification. Second Int. Symp. on Structural Control, University of Waterloo, Ontario.

Lee, S. L., Chow, Y. K., Karunaratne, G. P., and Wong, K. Y., 1988. Rational wave equation model for pile driving analysis. ASCE Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 114, No. 3.

Likins, G., DiMaggio, J., Rausche, F., Teferra, W., 1992-a. A solution for high damping constants in sand. Fourth International Conference on the Application of Stress Wave Theory to Piles, F. Barends, Editor, A.A. Balkema, Rotterdam, publisher, S. 117-120.

Likins, G., Rausche, F., Peterman, D., 1992-b. Dynamic pile testing and analysis using expert system methods. Fourth International Conference on the Application of Stress Wave Theory to Piles, F. Barends, Editor, A.A. Balkema, Rotterdam, publisher, pp 429-432.

Novak, M., 1977. Vertical vibration of floating piles. ASCE, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 103, pp. 153-168.

Paquet, J., 1968. Etude vibratoire des pieux en beton, response harmonique et impulsionnelle - application au controle. Annales de l'ITBTP No. 245, Serie Essais et Mesures 111.

Paquet, J., 1991. A new method for testing integrity of piles by dynamic impulse: the impedance log. Colloque Int. Fondations Profondes, Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussees, Paris.

Randolph, M. F. and Simons, H. A., 1986. An improved soil model for one-dimensional pile-driving analysis. Proceedings of the Third International Conference on Numerical Methods in Offshore Pilingm Nantes, France.

Rausche, F., 1974. Dynamische Methoden zur Bestimmung der Tragfähigkeit von Rammpfählen. Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau, Essen. Baugrundtagung, Frankfurt-Höchst.

Rausche, F., Goble, G. G. and Likins, G. E., 1992. Investigation of dynamic soil resistance using GRLWEAP, Fourth Int. Conf. on the Application of Stress Wave Theory to Piles, F. Barends Editor, A.A. Balkema, Rotterdam publisher, S. 137-142.

Rausche, F., 1991. Entwicklungen der Wellengleichungsrechnung. Mitteilung des Instituts für Grundbau und Bodenmechanik, Technische Universität Braunschweig, Heft Nr. 38.

Rausche, F., Shen R., K., Likins, G., 1991. A comparison of pulse echo & transient response pile integrity test methods, TRB, Washington, D.C.

Seitz, J., 1992. Low Strain Integritätsprüfungen bei Bohrpfählen. *Bautechnik 69 (1992)*, Verlag Ernst & Sohn, Heft 10.

Skov, R. and Denver, H., 1988. Time-dependence of bearing capacity of piles. Proceedings of the Third International Conference on Application of Stress-Wave Theory on Piles, B. Fellenius editor, Ottawa, Canada.

Smith, E. A. L., 1960. Pile-driving analysis by the wave equation. ASCE, *Journal for Soil Mechanics and Foundations Division*, 86(4), pp. 35-61.

Dipl.-Ing., Dr. Frank Rausche
Goble Rausche Likins and Associates, Inc.
Cleveland, OH 44128 - USA